

Interrogation écrite 1

Exercice 1

1. Etudier, suivant la valeur des paramètres α et β , la nature de l'intégrale suivante :

$$\int_0^{1/2} \frac{1}{x^\beta |\log(x)|^\alpha} dx.$$

2. En déduire, suivant la nature des mêmes paramètres, la nature de l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x^\alpha)}{x^\beta} dx.$$

Exercice 2

1. Rappeler les développements limités de $\log(1+u)$ et de $\cos(u)$ au voisinage de 0.
2. Donner la nature de l'intégrale suivante :

$$\int_2^{+\infty} \log\left(\cos\left(\frac{1}{u}\right)\right) du.$$

Exercice 3

Donner la nature des intégrales suivantes :

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t^3-1}} dt \qquad \int_0^{+\infty} \frac{1-\cos t}{t^{5/2}} dt$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{te^{-t}}{(1+e^{-t})^2} dt$$